



DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA CAD COM SUPORTE A CURVAS E SUPERFÍCIES

Roberto Yuji Ykko Ueda

Prof. Dr. Marcos Sales Guerra Tsuzuki

Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Prof. Mello Moraes, 2231, CEP 05508-900, São Paulo - SP, Brasil

Resumo. Modelagem de Sólidos e Modelagem Geométrica são as duas técnicas utilizadas para representar formas físicas que cresceram separadamente, mas tendem a fundir-se em uma só. Atualmente estão em pleno desenvolvimento, possuindo várias aplicações em Engenharia: Modelagem do Produto, Projeto Auxiliado por Computador (CAD), Planejamento do Processo Auxiliado por Computador (CAPP), Manufatura Auxiliada por Computador (CAM), entre outras. Proporcionando informações básicas sobre os principais conceitos da representação B-Rep ("Boundary Representation") e sobre curvas e superfícies de Bézier, este trabalho propõe um caminho para a fusão de ambas as técnicas. O objetivo é introduzir, em um modelador de sólidos poliedral, uma estrutura de dados unificadora, na qual a informação geométrica (curvas e superfícies) é entendida como um atributo dos elementos topológicos (face, aresta e vértice). Como consequência do aumento da precisão geométrica dos sólidos modelados, a gama de aplicações dos modeladores poliedrais pode ser ampliada. Neste trabalho apresentamos uma proposta para adaptar algoritmos poliedrais para geração de sólidos primitivos, translação linear e rotacional, secção por plano e operações booleanas entre sólidos, de modo que possam ser executadas em harmonia com curvas e superfícies, agora representadas de forma exata. São expostas também soluções para melhorar o desempenho em termos de processamento computacional em operações booleanas e para diminuir a ocupação de memória dos modelos B-Rep.

Palavras-chave: Modelagem de Sólidos, Modelagem Geométrica, Curvas, Superfícies, Sólidos Poliedrais

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas CAD / CAM desenvolveram-se muito nos últimos 20 anos, incorporando um número crescente de informações com relação à forma física que representam. Historicamente, as técnicas de representação da forma física são divididas segundo duas grandes classes: Modelagem de Sólidos e Modelagem Geométrica. As técnicas de Modelagem Geométrica

avançaram muito com a indústria automobilística desde a década de 50 (BÉZIER, 1986), onde são utilizadas, principalmente, para definir a carroceria dos automóveis. Atualmente, possuem aplicações na indústria naval para definir o perfil de embarcações, e na indústria aeronáutica para definir as asas e a fuselagem do avião.

As técnicas da Modelagem de Sólidos surgiram bem depois, durante a década de 70 (ZEID 1991). Elas têm como característica principal a criação de Modelos Computacionais capazes de classificar qualquer ponto do espaço tridimensional como sendo: interno, externo ou sobre o contorno do sólido. O domínio de representação era restrito a objetos poliedrais, ou, a aproximações poliedrais de objetos curvos (como esferas, cilindros e cones dentre outros). Estas duas tecnologias foram desenvolvidas separadamente conforme salienta FARIN (1990). Costuma-se associar sólidos poliedrais à técnica de Modelagem de Sólidos e a representação de curvas e superfícies à técnica de Modelagem Geométrica. Entretanto, as necessidades tecnológicas atuais exigem o suporte a ambas técnicas simultaneamente. A representação poliedral é necessária pois vários algoritmos presentes em Modelagem de Sólidos fazem uso desta representação. Por exemplo, o cálculo de propriedades de massa de sólidos é realizado utilizando-se aproximações poliedrais, e a visualização de sólidos quando realiza o processamento de linhas e superfícies escondidas, utiliza também aproximações poliedrais. A representação de curvas e superfícies é necessária para possuímos acesso à geometria exata da forma. Esta informação é útil para determinar o caminho de usinagem com maior precisão, principalmente na determinação do vetor tangente em uma posição específica.

No sentido de apresentar uma representação unificadora que suporta características das técnicas de Modelagem Geométrica em objetos representados pela técnica de Modelagem de Sólidos, TORIYA e CHIYOKURA (1991) descrevem duas propostas utilizadas no Modelador Designbase, desenvolvido pela Ricoh. MÄNTYLÄ (1988) comenta uma proposta semelhante adotada no modelador de sólidos GWB desenvolvido pela HUT (Helsinki University of Technology). Neste trabalho, estamos propondo um mecanismo de sincronismo entre as duas técnicas de forma que possam coexistir sem detrimento de uma em relação à outra. Esta proposta está ilustrada na Figura 1.

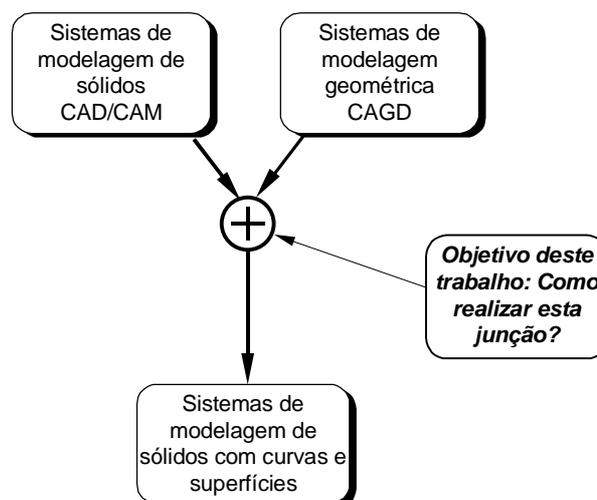


Figura 1. Neste trabalho propomos um mecanismo de sincronismo entre as técnicas de Modelagem de Sólidos e Modelagem Geométrica.

2. MODELAGEM DE SÓLIDOS – A REPRESENTAÇÃO B-REP

Os três tipos de elementos básicos de um sólido (face, aresta e vértice) e a informação geométrica relacionada aos mesmos formam os constituintes básicos dos modelos B-Rep. Junto com as informações geométricas, como equações do plano das faces e coordenadas de vértice, um modelo B-Rep deve também representar a relação entre as faces, arestas e vértices. Normalmente as informações geométricas dos elementos de um sólido são denominadas por geometria do modelo B-Rep, enquanto as informações sobre o compartilhamento dos elementos básicos são denominadas informalmente por topologia do modelo. Pode-se dizer que a topologia funciona como uma goma onde as informações geométricas são aglutinadas (MÄNTYLÄ, 1988); ou então que “as informações topológicas criam um vigaento no qual as informações geométricas são posicionadas” (TSUZUKI, 1991).

3. UM MODELADOR DE SÓLIDOS COM MODELAGEM GEOMÉTRICA

A necessidade da representação explícita de elementos curvos decorre, dentre outros fatores, da crescente importância que tem ganho não somente a estética, mas também a necessidade de uma representação mais precisa para acompanhar os avanços no desenvolvimento dos sistemas CAM (Usinagem por máquinas de comando numérico) e a estereolitografia (confecção de moldes tridimensionais através de *laser*).

Para solucionar este problema é necessário expandir a estrutura de dados utilizada em um modelador poliedral, incluindo informações sobre curvas e superfícies e modificando todos os algoritmos que manipulem estas informações. Isto possibilita a representação exata de cilindros, esferas e outros objetos que possuem curvas ou superfícies definindo o seu contorno. Chamaremos por modelo sólido geométrico o modelo sólido representado segundo estas características.

3.1. A nova estrutura de dados

É necessário definir uma clara separação entre informações geométricas e informações topológicas. Por isso procuramos representar a geometria da curva como atributo das meia-

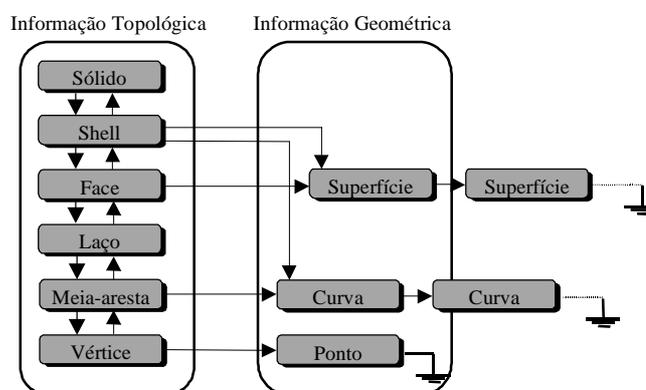


Figura 2. Estrutura de dados com informações geométricas sobre curvas e superfícies.

arestas, e a geometria da superfície como atributo das faces.

A Figura 2 ilustra, a estrutura de dados do novo modelador com poucas diferenças em relação à estrutura de dados de um modelador poliedral (MÄNTYLÄ 1988). As informações sobre curvas foram associadas a cada meia-aresta enquanto as informações sobre superfícies foram associadas à estrutura face. As informações geométricas das curvas e superfícies de um sólido definem duas listas que estão ligadas diretamente ao elemento *shell* de um sólido (vide a Figura 3).

Para representar uma curva de Bézier de grau 3 é necessário armazenar 4 pontos de controle em uma polilinha ou lista ligada de pontos. Cada ponto é uma coordenada cartesiana no espaço tridimensional. Para representar uma superfície de Bézier de ordem 3 é necessário armazenar 16 pontos de controle em uma matriz de coordenadas cartesianas.

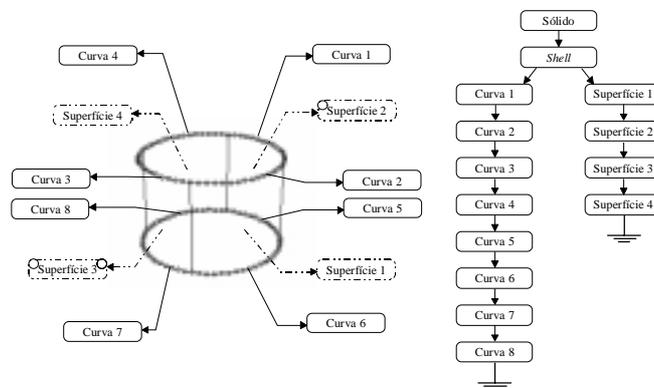


Figura 3. Exemplo de armazenamento de informações geométricas.

Uma vez modificada a estrutura de dados foi necessário implementar mais oito rotinas ao nível dos operadores de Euler (que são rotinas intermediárias – (TSUZUKI 1991, MÄNTYLÄ 1988) para manipular as novas informações.

- **MCI** (*Make Curve Information*): este operador cria uma nova curva e a associa ao sólido fornecido.
- **MSI** (*Make Surface Information*): este operador é semelhante ao anterior, mas relativo às superfícies.
- **KCI** (*Kill Curve Information*): este operador remove uma curva de um sólido. Ao remover a curva devemos também desassociar a informação geométrica de todas as meia-arestas correspondentes.
- **KSI** (*Kill Surface Information*): semelhante ao anterior, mas aplicado a superfícies.
- **ACAE** (*Associate Curve to Approximation Edge*): associa a representação geométrica de uma curva a uma meia-aresta da topologia do sólido.
- **ASAF** (*Associate Surface to Approximation Face*): associa uma superfície a uma face.
- **ADDPP** (*Add Point to Polyline*): acrescenta um ponto a uma polilinha;
- **REMP** (*Remove Point from Polyline*): remove um ponto da polilinha.

3.2. Sincronismo entre as informações topológicas e geométricas

Segundo a representação proposta, todas as características de um modelador poliedral foram mantidas. Por exemplo, através de uma varredura das arestas de um sólido é possível exibi-lo segundo uma visualização do tipo *wire-frame*. Através de uma varredura das faces de um sólido, é possível obter informações sobre a massa do sólido (momento de inércia, volume, etc...). Também, através de uma varredura das faces de um sólido, será possível gerar as informações de entrada para programas de elementos finitos.

Apesar das vantagens de fidelidade geométrica existentes em um modelo sólido geométrico, conforme vimos no parágrafo anterior, algumas aplicações requerem um modelo poliedral como entrada (visualização, cálculo do momento de inércia, etc). Nestas aplicações, caso a aproximação poliedral realizada seja grosseira, é conveniente possuímos um mecanismo para melhorarmos a aproximação. Neste sentido é importante existir um sincronismo entre as informações topológicas e geométricas para definir em tempo real qual o nível de detalhamento ou de precisão desejado. Por exemplo, quando o modelo for armazenado em arquivo, é conveniente compactar sua estrutura e armazená-lo com o menor nível de detalhamento possível. Ou ainda, quando o sólido for exibido será conveniente linearizarmos as curvas para facilitar a sua visualização. A Figura 4 (a) ilustra uma circunferência que está representada por quatro curvas de Bézier. A representação mais simples desta curva, desconsiderando a informação geométrica, é uma reta entre os pontos inicial e final (vide Figura 4 (b)). Um grau de detalhamento maior está ilustrado na Figura 4 (c). Note-se que neste caso, o número de arestas e vértices dobrou.

O sincronismo entre as informações geométrica e topológica é, em nossa proposta, realizada por uma associação entre as estruturas de dados das informações topológicas e das informações geométricas. Conforme ilustra a Figura 5, o arco de circunferência está sendo representado de forma exata e a aproximação linear possui um conjunto de arestas que definem o modelo poliedral. Segundo a representação que propomos toda aresta de aproximação está associada à representação exata.

Para realizar a compactação do modelo será necessário um mecanismo que remova todas as arestas de aproximação associadas à representação exata, deixando apenas uma. Se

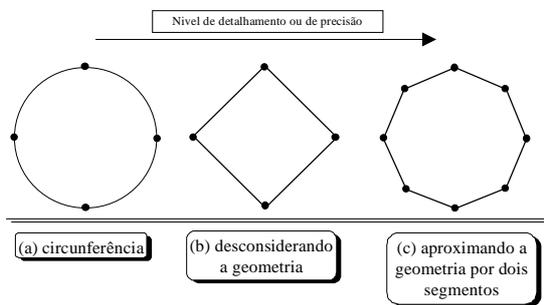


Figura 4. Aproximações poligonais de uma circunferência.

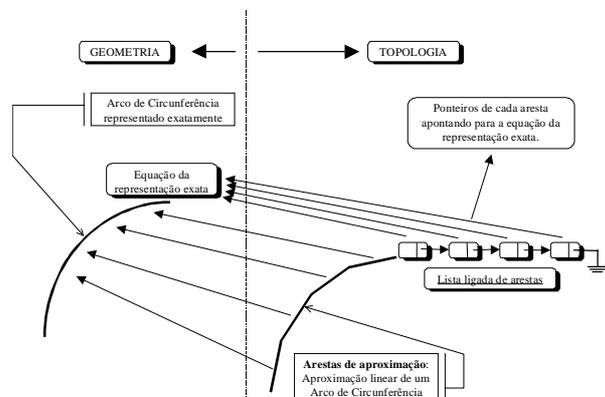


Figura 5. Sincronismo entre as informações topológica e geométrica.

posteriormente desejarmos uma aproximação mais precisa para o arco de circunferência, basta gerar novas arestas de aproximação na proporção necessária e, novamente, associá-las à representação exata. A Figura 6 ilustra este mecanismo.

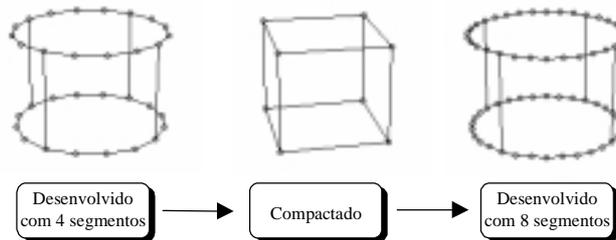


Figura 6. Mecanismo para aumentar o número de linhas que aproximam informações curvas.

A rotina de desenvolvimento geométrico de curvas será:

```

<Cálculo do número de segmentos de reta para aproximar a curva>;
Para (número de segmentos) faça
  <cálculo do ponto de aproximação  $P_i$ >;
  <aplicação do operador MEV para  $P_i$  e  $P_{i+1}$ >;
  <associação da informação geométrica à nova aresta>;
Fim
  
```

Para compactar uma curva, basta fornecer um dos seus segmentos de aproximação para o seguinte algoritmo:

```

Até que (haja somente uma aresta de aproximação) faça
  <dessassociação da informação geométrica
    de uma aresta de aproximação>;
  <aplicação do operador KEV sobre esta mesma aresta de aproximação>;
Fim
  
```

4. ADAPTAÇÕES EM UM MODELADOR POLIEDRAL

A seguir descreveremos algumas adaptações que foram necessárias para implementar operações do tipo secção por plano e operações booleanas.

4.1. Secção por Plano

Esta função é muito utilizada nos sistemas CAD atuais. Dentre as suas possíveis aplicações podemos citar: geração de isolinhas com o objetivo de definir camadas para estereolitografia, definição de seções de corte para facilitar a sua visualização, etc... Em um modelador de sólidos poliédrico o algoritmo de secção por plano pode ser resumido pelo seguinte procedimento (MÄNTYLÄ, 1988):

1. Determinação dos pontos de intersecção e inserção de vértices nestes pontos.
2. Classificação dos vértices de intersecção para processar casos especiais como arestas

- que estão sobre o plano de corte ou vértices sobre o plano de corte.
3. Inserção de arestas nulas, que determinam os locais de corte do sólido.
 4. Junção e eliminação de arestas nulas depois que os sólidos resultantes forem configurados.

O algoritmo de secção por plano foi modificado para poder trabalhar com sólidos com curvas e superfícies. Analisaremos dois casos: no primeiro o plano de corte intercepta arestas que são curvas; no segundo caso não ocorre intersecção de curvas mas o plano intercepta superfícies.

A Figura 7 (a) ilustra um cilindro na sua forma desenvolvida e a (b) na sua forma compactada. O plano de corte está representado em (c).

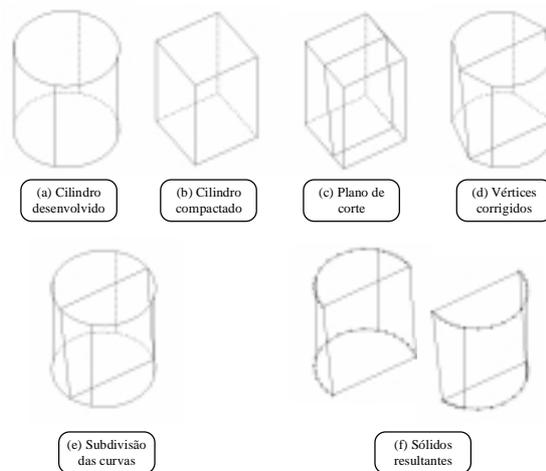


Figura 7. Secção por plano - caso I.

Uma vez determinados os vértices de intersecção, o novo algoritmo verifica se eles estão geometricamente corretos. Na maioria dos casos será necessário corrigir sua posição geométrica. Isto é realizado utilizando-se a informação geométrica sobre a curva de Bézier correspondente. Calcula-se o ponto de intersecção entre a curva e o plano, e corrige-se as coordenadas do vértice de intersecção (Figura 7 (d)). Em seguida é preciso subdividir a curva interceptada e associar informações geométricas às novas arestas Figura 7 (e). Na Figura 7 (f) é possível notar que todas as arestas foram desenvolvidas com seis segmentos cada. O restante do algoritmo de secção por plano foi mantido idêntico ao utilizado no modelador polidrico.

O segundo caso é mais simples e a alteração no algoritmo para o novo modelador ocorre somente depois que o sólido polidrico já foi seccionado. A Figura 8 ilustra o exemplo de um cilindro e o plano de corte para este caso. Uma vez realizada a operação de corte, o novo algoritmo analisa as arestas sobre o plano de corte e verifica se alguma delas possui uma das faces adjacentes com atributo de superfície. Em caso afirmativo, calcula-se a curva de intersecção entre o plano de corte e a superfície de Bézier, utilizando-se o algoritmo de intersecção descrito anteriormente.

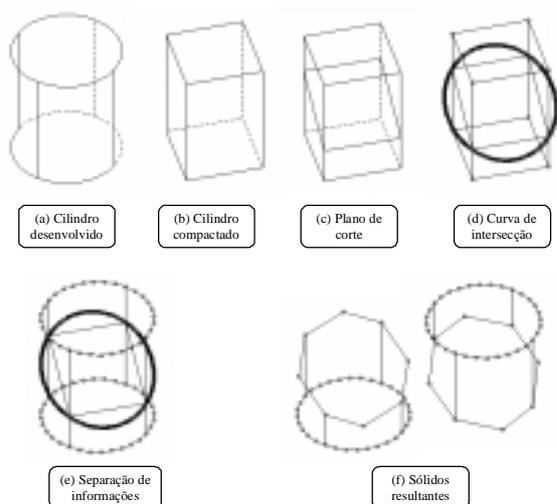


Figura 8. Seção por plano - caso II.

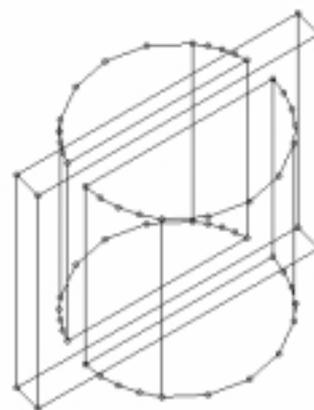


Figura 9. Caso I de Operação Booleana de sólidos com informações de curvas e superfícies.

4.1. Operações Booleanas entre Sólidos

São algoritmos para determinar a união, intersecção ou diferença de dois sólidos. De forma similar ao algoritmo de secção por plano o algoritmo de operações booleanas pode ser resumido nas seguintes etapas (MÄNTYLÄ, 1988):

1. O algoritmo verifica se as arestas do sólido A interceptam as faces do sólido B e vice-versa. Se isto ocorre insere-se um novo vértice com as coordenadas do ponto de intersecção.
2. Os vértices de intersecção são classificados de acordo com a operação booleana que estiver sendo realizada.
3. Nos vértices de intersecção são inseridas arestas sem comprimento geométrico mas com significado topológico, que são as guias para realizar as operações booleanas.
4. Uma vez formados os sólidos resultantes as arestas nulas devem ser eliminadas.

Para trabalhar com curvas e superfícies o algoritmo de operações booleanas foi modificado considerando-se também dois casos. No primeiro caso: as faces de um sólido interceptam arestas com informação curva. O algoritmo desenvolvido verifica se há vértices de intersecção que pertencem a arestas com informação curva. Se isto ocorre o algoritmo calcula o ponto de intersecção da curva correspondente à aresta e à face interceptada e substitui as coordenadas do vértice armazenado. A curva é subdividida e a informação curva nas arestas correspondentes é atualizada. Com as coordenadas corrigidas e as curvas subdivididas, continua-se o processamento do algoritmo de operações booleanas para modelos poliedrais. Pode-se observar o resultado de uma operação de união de um cilindro com um bloco na Figura 9. Cada uma das suas arestas está desenvolvida com quatro segmentos.

No segundo caso existe intersecção entre os sólidos mas as arestas com informação geométrica não são interceptadas, de forma similar ao algoritmo de secção por plano. Se existem arestas que não possuem informação geométrica ao final do algoritmo de operações booleanas para modelos poliedrais, isto significa que existem arestas com informação geométrica incorreta.

Verifica-se os atributos de superfície nas faces adjacentes destas arestas e calcula-se a curva de intersecção entre as superfícies encontradas, utilizando-se o algoritmo. Em seguida atribui-se estas informações às arestas correspondentes.

5. CONCLUSÕES E DISCUSSÕES

A utilização da modelagem de sólidos está tendendo a desenvolver-se mais e tornar-se mais popular. Neste trabalho foi desenvolvido e apresentado um modelador de sólidos com estrutura B-Rep que incorpora a representação de curvas e superfícies de Bézier. Este sistema CAD é uma proposta para unificar duas técnicas de projeto comumente utilizadas em engenharia: a modelagem de sólidos e a modelagem geométrica. O modelador de sólidos desenvolvido, ao armazenar de forma explícita as informações geométricas sobre superfícies e curvas, possibilita que o usuário modele com mais precisão os objetos que possuem geometrias não planas. O modelador desenvolvido harmoniza as informações topológicas e geométricas.

Com relação à memória utilizada para armazenar os sólidos pode-se dizer que, apesar de incorporar novas informações, a nova estrutura ocupa menos de memória. As operações propostas para sincronizar as informações topológicas e geométricas foram denominadas por operações de desenvolvimento e compactação do sólido. Elas são muito úteis não somente para armazenar concisamente o sólido mas também para visualizar e realizar algoritmos de varredura de arestas e faces mais rapidamente. No método proposto os algoritmos de corte por plano e de operações booleanas sofrem pequenas modificações para garantir a precisão geométrica dos resultados.

Durante o desenvolvimento do novo modelador de sólidos foi verificada uma forte limitação da proposta feita por MÄNTYLÄ (1988) para algoritmos de implementação de secção por plano e operações booleanas, no caso de utilizarmos informações geométricas. A proposta feita por MÄNTYLÄ (1988) determina vértices de intersecção, entre dois sólidos no caso de operações booleanas. Entretanto, algumas situações de intersecção não envolvem vértices e sim curvas de intersecção. Neste caso uma superfície intersecciona outra superfície definindo um laço de intersecção.

BIBLIOGRAFIA

- BÉZIER, P., **The Mathematical Basis of the UNISURF CAD system**, Butlerworths, 1986.
- FARIN, Gerald E., **Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide**. 2.ed., San Diego, Academic Press, 1990.
- MÄNTYLÄ, M., **An Introduction to Solid Modeling**, Rockeville, Computer Science Press, 1988.
- TORIYA, H.; CHIYOKURA H.; **3D CAD Principles and Applications**. Berlin, Springer-Verlag, 1991.
- TSUZUKI, M. S. G, **Modelagem de Sólidos: Modelos Limitantes (B-rep)**, Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP, 1991.
- ZEID, I., **CAD/CAM Theory and Practice**, Singapura, McGraw-Hill, 1991.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a CAPES por suportar o primeiro autor e ao CNPq por suportar parcialmente o segundo autor (proc. 300.224/96-6).

DEVELOPMENT OF A CAD SYSTEM WITH SUPPORT TO CURVES AND SURFACES

Summary. *Solid Modeling and Geometric Modeling are two techniques used to represent physical shapes that grew separately, but they tend to join in a unique technique. Now they are in the middle of development, possessing several applications in Engineering: Product Modeling, Computer Aided Design (CAD), Computer Aided Process Planning (CAPP), Computer Aided Manufacturing (CAM), among others. This work discuss about the basic concepts of the representation B-Rep ("Boundary Representation") and of Bézier curves and surfaces, and it proposes a line for the integration of both techniques. The objective is to introduce, in a Polyhedral Solid Modeler, a unifying data structure, where the geometric information (curves and surfaces) it is understood as an attribute of the topologic elements (face, edge and vertex). As a consequence of the increase in the geometric precision of the represented solids, the range of applications of the Polyhedral Solid Modelers can be enlarged. In this work we presented a proposal to adapt polyhedral algorithms for generation of primitive solids, linear translation and rotational, section for a plane and boolean operations between solids, so that they can be executed in harmony with curves and surfaces, now represented with exact geometry.*

Keywords: *Solid Modeling, Geometric Modeling, Curves, Superfaces, Polyhedral Solids*